WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY dla uczniów szkół podstawowych od klas IV województwa pomorskiego ROK SZKOLNY 2019/2020

ETAP III - Wojewódzki

W kluczu przedstawiono przykładowe rozwiązania oraz prawidłowe odpowiedzi.
Za każdą inną poprawną metodę rozwiązania zadania uczeń otrzymuje maksymalną liczbę punktów.

Laureatem zostaje uczeń, który uzyskał co najmniej 16 punktów,
finalistą zostaje uczeń, który uzyskał co najmniej 6 punktów.

Zadanie 1. [0 – 1]

Dane są liczby:

$a = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$, $\quad b = \sqrt{2\sqrt{6} + 5}$.

Udowodnij, że liczby a i b są odwrotne.

Przykładowe rozwiązanie

$a \cdot b = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{2\sqrt{6} + 5} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{6}) \cdot (2\sqrt{6} + 5)} = \sqrt{25 - 24} = 1$, zatem a i b są liczbami odwrotnymi.

Kryteria oceniania

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:

Przeprowadzi poprawny dowód.

Zadanie 2. [0 – 1]

Oblicz:

$$a = \frac{\left[\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{8}{9} - 2\right] \cdot \left[(-1{,}5) \cdot \frac{8}{9} + 2\right]}{|-10| \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

Przykładowe rozwiązanie

$$a = \frac{\left[\left(\frac{-3}{2}\right) \cdot \frac{8}{9} - 2\right] \cdot \left[\left(\frac{-3}{2}\right) \cdot \frac{8}{9} + 2\right]}{|-10| \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\left(\frac{-4}{3} - 2\right) \cdot \left(\frac{-4}{3} + 2\right)}{10 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{4}} = \frac{\frac{-20}{9}}{\frac{5}{9}} = -4$$

Odpowiedź: $a = -4$

Kryteria oceniania

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:

Poprawnie wykona wszystkie działania i obliczy wartość $a = -4$

Zadanie 3.[0 – 4]

Janek idąc z domu do szkoły i ze szkoły do domu zawsze poruszą się tą samą drogą. Wiadomo, że Janek chodzi zawsze z prędkością 4 km/h, a biega zawsze z prędkością 6 km/h. Jeśli z domu do szkoły całą drogę biegnie, zamiast całą drogę iść, to oszczędza 3 minuty i 45 sekund. Oblicz, jaką drogę Janek pokonuje każdego dnia idąc z domu do szkoły i z powrotem.

Przykładowe rozwiązanie

$$4\frac{km}{h}=\frac{1}{15}\frac{km}{min}$$
$$6\frac{km}{h}=\frac{1}{10}\frac{km}{min}$$

t – czas dojścia z domu do szkoły (w minutach)

$$\frac{1}{15}\cdot t=\frac{1}{10}\left(t-3\frac{3}{4}\right)\qquad |\cdot 10$$
$$\frac{2}{3}t-t=\frac{-15}{4}$$
$$t=\frac{45}{4}$$

$$\frac{45}{4}\cdot\frac{1}{15}=\frac{3}{4}$$
$$2\cdot\frac{3}{4}=1{,}5$$

Odpowiedź: Janek pokonuje 1,5 km.

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:

Ujednolici wszystkie jednostki potrzebne do rozwiązania zadania.

Uczeń otrzymuje 2 punkty, gdy

Zapisze poprawne równanie z jedną niewiadomą prowadzące do obliczenia czasu potrzebnego na dojście (lub dobiegnięcie) do szkoły uwzględniając jednolite jednostki.

Uczeń otrzymuje 3 punkty, gdy:

Poprawnie obliczy czas dojścia do szkoły lub czas, jaki potrzebuje na pokonanie tej drogi biegnąc.

Uczeń otrzymuje 4 punkty, gdy:

Poprawnie obliczy długość łącznej drogi z domu do szkoły i z powrotem.

Zadanie 4.[0 – 3]

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy jest o 50% krótsza od jego wysokości. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe polu powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi długości 5. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

a – długość krawędzi podstawy graniastosłupa $\left(\frac{1}{2}H\right)$

$2a$ – wysokość graniastosłupa (H)

Pole powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi długości $5cm$ $P_{c1}=6\cdot 5\cdot 5=150$

Pole powierzchni całkowitej Pc graniastosłupa

$Pc=2a^2+4\cdot a\cdot 2a$	lub	$Pc=2\left(\frac{1}{2}H\right)^2+4\cdot\frac{1}{2}H\cdot H$
$10a^2=150$	lub	$H^2=60$
$a=\sqrt{15}$	lub	$H=2\sqrt{15}$
$.V=a^2\cdot 2a=15\cdot 2\sqrt{15}=30\sqrt{15}$	lub	$V=\left(\frac{1}{2}H\right)^2\cdot H=\frac{1}{4}\cdot 8\cdot 15\cdot\sqrt{15}=30\sqrt{15}$

Kryteria oceniania

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:

Poprawnie obliczy pole powierzchni całkowitej sześcianu.

Uczeń otrzymuje 2 punkty, gdy:

Poprawnie obliczy długość krawędzi podstawy graniastosłupa lub długość jego wysokości.

Uczeń otrzymuje 3 punkty, gdy:

Poprawnie obliczy objętość graniastosłupa.

Zadanie 5. [0 – 2]

Suma dwóch liczb naturalnych a i b wynosi 57460. Jeżeli do liczby b dopiszemy z prawej strony liczbę 92, to otrzymamy liczbę a. Wyznacz liczby a i b.

Uwaga: Dopisując do liczby b liczbę dwucyfrową, otrzymujemy liczbę dłuższą o dwie cyfry od liczby b.

Dopisać do danej liczby z prawej strony liczbę 92 oznacza <u>na przykład</u> utworzenie z liczby 1234 liczby 123492.

<u>Przykładowe rozwiązanie:</u>

Szukane liczby: a i b.

$$a + b = 57460$$
$$a = 100b + 92$$
$$100b + 92 + b = 57460$$
$$b = 568$$
$$a = 56892$$

Kryteria oceniania

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:

Zapisze, że jeśli dopiszemy z prawej strony liczby b liczbę 92 to otrzymamy liczbę $100b + 92$.

Uczeń otrzymuje 2 punkty, gdy:

Poprawnie wyznaczy szukane liczby.

Zadanie 6. [0 – 4]

W zadaniach zamkniętych dokładnie jedna odpowiedź jest poprawna. Zaznacz ją.

1. Suma cyfr liczby $10^{2020} - 3^2$ jest równa:

   A. 18172 B. 18181 C. 18171 D. 18179

2. Dwa sześciany, jeden o krawędzi $5y$, a drugi o krawędzi $4y$, przetopiono w jeden sześcian. Jaka jest długość krawędzi otrzymanego sześcianu?

   A. $9y$ B. $3\sqrt[3]{21}y$ C. $3\sqrt[3]{7}y$ D. $7y$

3. Cyfrą jedności liczby $6^3 + 3^{13} + 7^{23}$ jest:

   A. 8 B. 2 C. 7 D. 1

4. Liczba wierzchołków ostrosłupa, w którym suma liczby ścian i krawędzi wynosi 40 jest równa:

A. 9 B. 12 C. 14 D. 11

5. Liczba całkowita a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3. Reszta z dzielenia liczby $4a$ przez 10 wynosi:

A. 3 B. 2 C. 4 D. 6

Poprawne rozwiązanie

1. **A**
2. **C**
3. **B**
4. **C**
5. **B**

Kryteria oceniania

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:
Zaznaczy dwie poprawne odpowiedzi.
Uczeń otrzymuje 2 punkty, gdy:
Zaznaczy trzy poprawne odpowiedzi.
Uczeń otrzymuje 3 punkty, gdy:
Zaznaczy cztery poprawne odpowiedzi.
Uczeń otrzymuje 4 punkty, gdy:
Zaznaczy 5 poprawnych odpowiedzi.

Zadanie7.[0 – 5]

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Otocz kółkiem P, jeśli zdanie jest prawdziwe lub F, jeśli zdanie jest fałszywe.

Dodatnia liczba a jest mniejsza od 1. Wynika z tego, że $\frac{1}{a} > 1$	**P**	F
Każdą dodatnią liczbę całkowitą można przedstawić w postaci różnicy liczby podzielnej przez 7 i liczby podzielnej przez 6.	P	**F**
Wiadomo, że 70% uczniów pewnej klasy uczy się języka angielskiego, 50% uczniów tej klasy uczy się języka niemieckiego oraz 30% uczniów tej klasy uczy się języka francuskiego. Wynika z tego, że każdy uczeń tej klasy uczy się co najmniej jednego języka obcego.	P	**F**
Suma dwóch kolejnych liczb całkowitych nieparzystych może być równa 254.	P	F
Dowolny trójkąt, w którym jeden z jego kątów wewnętrznych jest równy różnicy dwóch pozostałych kątów, jest prostokątny.	**P**	F
Z cyfr 0, 1, 2, 3 Janek utworzył wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe o różnych cyfrach. Wszystkie liczby utworzone przez Janka są podzielne przez 3.	**P**	F

Kryteria oceniania

Uczeń otrzymuje 1 punkt, gdy:

Zaznaczy dwie poprawne odpowiedzi.

Uczeń otrzymuje 2 punkty, gdy:

Zaznaczy trzy poprawne odpowiedzi.

Uczeń otrzymuje 3 punkty, gdy:

Zaznaczy cztery poprawne odpowiedzi.

Uczeń otrzymuje 4 punkty, gdy:

Zaznaczy pięć poprawnych odpowiedzi.

Uczeń otrzymuje 5 punktów, gdy:

Zaznaczy sześć poprawnych odpowiedzi.